SYNTHESE DES FILTRES NUMERIQUES R.I.F. A PHASE LINEAIRE DANS UN ESPACE DISCRET DE MOT MACHINE DE LONGUEUR FINIE

A.N. BELBACHIR, B. BOULERIAL et M. F. BELBACHIR

Laboratoire Signaux et Systèmes, Institut d'Electronique,
Université Mohammed BOUDIAF 'U.S.T.O.' Oran, B.P. 1505 El Mnaouer 31000 Oran, Algérie
E-mail : belbachiran@yahoo.com.

Résumé :

Il a été montré que la méthode de recherche arborescente est très efficace en performance pour la conception des filtres numériques à coefficients de longueur de mot limitée. Les caractéristiques du problème est le temps de calcul prohibitif pour des filtres d'ordre supérieur à 8 dans un mot machine de longueur supérieur à 8 bits. A ce propos, une nouvelle technique ''méthode d'optimisation directe par moindre carré itérative''. est présentée afin d'approcher les performances de la méthode de recherche arborescente dans le sens de l'erreur quadratique moyenne à coût raisonnable.

Mots clés :

Méthode de Recherche Arborescente (R.A.), Méthode Directe par Moindre Carré Itérative (D.M.C.I.), Solution Optimale (S.O.), Optimum Local (O.L.), Critère d'Erreur Quadratique Moyenne 'E.Q.M.'.

I. Introduction

Lorsqu'un filtre numérique est implanté sur un processeur de signaux de longueur de mot 'lm' bits, chaque coefficient du filtre doit être représenté donc, par un nombre fini 'lm' de bits. L'approche habituellement utilisée consiste à quantifier les coefficients obtenus dans le cas des filtres R.I.F. à phase linéaire par l'Algorithme d'Echange de Remez [6]. Cependant, ces filtres obtenus ne sont pas optimaux et dans la plupart des cas, ils existent d'autres coefficients de même longueur de mot finie qui donnent une meilleure approximation au sens Chebyshev par rapport à la réponse en fréquence désirée. Afin de retrouver ces coefficients, il est nécessaire donc d'inclure la limitation de la longueur de mot dans la procédure de la conception de filtre.
Pour concevoir des filtres numériques à coefficients de longueur de mot finie, il est souvent désirable d'utiliser des algorithmes dont la qualité de sortie peut être ajustée suivant la disponibilité des ressources telles que, la précision et le temps de calcul. Dans ce cas le problème devient plus complexe, où une investigation générale de la solution optimale nécessite un temps de calcul prohibitif. Afin de remédier à ce problème, plusieurs méthodes d'optimisation ont été appliquées pour la conception des filtres numériques à coefficients discrets.
La technique du gradient simulée 'Simulated Annealing Technique' (S.A.) [2]-[4] est efficace dans plusieurs cas, mais nécessite un grand nombre de fonctions d'évaluations impliquant un coût de calcul élevé. Ce nombre de fonctions d'évaluations dépend des températures de départ.
La programmation linéaire en nombre entier a été appliquée dans [1],[7]-[9] comme une méthode d'optimisation discrète dans le sens minmax. Malgré qu'il est possible d'obtenir des résultats optimaux, le temps de calcul nécessaire même avec les super ordinateurs actuels, prohibe l'application de ces techniques pour des filtres d'ordre élevé.
Les techniques d'optimisation dans l'espace discret des coefficients, et en particulier la méthode de recherche arborescente, ont été élaborées afin de remédier à ce problème d'optimum discret. Ces méthodes basées sur des techniques d'énumérations implicites nécessitent un coût de calcul très élevé [8],[10],[14],[15].
Dans plusieurs méthodes de recherche locales basées sur la méthode de recherche arborescente, tels que 'la méthode de recherche en profondeur d'abord' et 'la méthode de séparation et d'évaluation progressive' (SEP), les solutions retrouvées sont meilleures que celles obtenues à partir d'une quantification directe. L'objectif majeur de ces méthodes est la détermination de stratégies de branchement et de syntonisation. Cependant, la solution optimale n'est pas assurée [10],[14],[15].
Pour la méthode d'optimisation directe par moindre carré proposée dans [15], [16] la convergence est très rapide, tandis que la solution finale dépend du choix du premier coefficient à déterminer ainsi que de l'ordre dans lequel sont ensuite considérés les autres coefficients.
Dans cet article, nous présentons une technique nommée 'D.M.C.I.' permettant d'exploiter l'optimalité de la méthode de recherche arborescente 'R.A.' et la vitesse de convergence de la méthode D.M.C.
Dans la section II, nous présentons la position du problème et les caractéristiques du critère d'erreur quadratique moyenne. Dans la section III, la méthode directe à moindre carré itérative 'DMCI' est décrite et les formulations mathématiques sont données. Des résultats que nous avons dans la section IV sont comparés à ceux de la littérature.

II. Position du Problème

Soit à concevoir un filtre RIF numérique à phase linéaire de longueur 'N' dont la réponse en fréquence s'écrit sous la forme :

$$H(e^{jw}) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{-jwk} \qquad (1)$$

Il a été montré en [5], que l'amplitude de la réponse en fréquence dans les quatre cas de filtre à phase linéaire s'écrit sous la forme :

$$P_n(e^{jw}) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cos wk \qquad (2)$$

Où n est le nombre de termes :

$$n \quad (= N/2 \text{ or } (N-1)/2 \text{ or } (N+1)/2) \qquad (3)$$

et a_k, relatives à h_k, est la séquence décalée résultante dépendante du cas considéré.
La réponse en amplitude $P_n(e^{jw})$ est comparée avec l'amplitude de la réponse en fréquence idéale D(f), au moyen du critère d'erreur quadratique moyenne 'EQM'.
L'erreur d'approximation pondérée suivant le critère d'erreur quadratique moyenne s'écrit sous la forme suivante :

$$e_{nam} = \frac{1}{Nw} \sum_{i=0}^{NW-1} \left\| D(e^{jwi}) - P(e^{jwi}) \right\| \qquad (4)$$

où $i = 1 \ldots\ldots Nw-1$

Nw : Nombre de points sélectionnés en domaine fréquentiel afin de représenter le gabarit de l'amplitude.

Si on considère un filtre passe bas idéal, l'amplitude de sa réponse en fréquence idéale s'écrit sous la forme :

$D(e^{jwi}) = 1$ pour $wi \in$ bande passante.
$D(e^{jwi}) = 0$ pour $wi \in$ bande atténuée.

L'expression devient alors :

$$e_{nam} = \frac{1}{Nw} \left\{ \sum_{i=0}^{k-1} \left\| 1 - P(e^{jwi}) \right\| + \sum_{i=k}^{4Nw-1} P(e^{jwi}) \right\} \qquad (5)$$

Les coefficients des filtres sont restreints à des valeurs discrètes tolérées par la longueur du mot machine disponible à 'lm' bits.
Les méthodes présentées ultérieurement sont valables pour les quatre cas décrits précédemment. Nous nous limitons au cas 2 (N pair et la symétrie positive). L'extension aux autres cas peut se faire facilement.

III. Méthode Directe à Moindre Carré avec des Itérations 'D.M.C.I.'

Il a été monté dans [15], [16] que la méthode 'D.M.C.' est plus rapide que la méthode 'R.A.', où est effectué un calcul séquentiel des coefficients du filtre dans un ordre bien déterminé. Il a été aussi montré que les performances des filtres conçus par cette méthode 'D.M.C.' ne garantie pas l'optimaité, la solution obtenue peut être un optimum local 'O.L.'.
Notre propos dans cet article est de présenter une nouvelle approche qui réunit les avantages de la méthode 'D.M.C.' et ceux de la méthode de recherche arborescente 'R.A.', ou plus explicite une approche qui exploite la rapidité de convergence de la méthode 'D.M.C.' afin d'approcher les solutions de la méthode 'R.A.'.
Remédier à ce problème nous mène à prendre les considérations suivantes :

- Le problème de la méthode 'D.M.C.' est le choix du coefficient de départ, ce choix influe sur les performances du filtre obtenu, et l'ordre dans lequel sont calculés les coefficients.

- Le problème lié à la méthode 'R.A.' est le temps de calcul prohibitif lorsque l'ordre du filtre est supérieur à 8 pour une longueur de mot machine supérieure à 8 bits [15].

A ce propos, nous avons élaboré la méthode Directe par Moindre Carré avec des Itérations 'D.M.C.I.' qui permet d'améliorer la précision des résultats de la méthode 'D.M.C.' en effectuant en plusieurs itérations une recherche exhaustive autour de la solution calculée au moyen de la méthode 'D.M.C.'.

III.1. Description de la Méthode :

Pour des raisons de simplicité pour expliquer la méthode, nous choisissons l'exemple simple suivant :

Le calcul d'un filtre de longueur de deux (deux coefficients) {h(0), h(1)} dans un espace discret de valeurs admissibles de nombre 'va'.
Les étapes de la méthode 'D.M.C.I.' sont les suivantes :

1- Au début, on utilisera la méthode 'D.M.C.' [16] afin de calculer les calculer les coefficients hdmc(0) et hdmc(1). L'erreur 'E.Q.M.' du filtre calculé par rapport au filtre idéal est de Edmc.
Posons Er=Edmc.

2- Fixer le coefficient hdmc(0) et varier le coefficient hdmc(1) dans un espace de rayon 'v' centré autour du coefficient hdmc(1). ('v' est un nombre de valeurs admissibles inférieur à 'va').

3- A chaque solution discrète, nous calculons l'erreur 'E.Q.M.' Edmci.
Si Edmci < Er, nous gardons les coefficients correspondants soit {hdmc(0), hr(1)} et Er devient égale à Edmci.

4- Fixer le coefficient hr(1) et varier le coefficient hdmc(0) dans un espace de rayon 'v' centré autour du coefficient hdmc(0). ('v' est un nombre de valeurs admissibles inférieur à 'va').

5- A chaque solution discrète, nous calculons l'erreur 'E.Q.M.' Edmci.

Si Edmci < Er, nous gardons les coefficients correspondants soit {hr(0), hr(1)} et Er devient égale à Edmci.

Les étapes 2-5 sont refaites pour plusieurs itérations 'It', jusqu'à ce que la variation de l'erreur ΔEr sera nulle, d'où obtenir les coefficients finaux hf(0) et hf(1). Ces coefficients sont nommés {hdmci(0), hdmci(1)} obtenus par la méthode 'D.M.C.I.' après 'It' itérations.

Où

ΔEr=Er (itération actuelle) – Er (itération précédente). (6)

Donc,

ΔEr = Er (It) – Er (It-1).

III.2. Description de l'algorithme :

L'algorithme de cette méthode 'D.M.C.I.' se subdivise en deux parties :

- La première partie représente l'algorithme de la méthode 'D.M.C.' définie par [15],[16], où un calcul séquentiel des coefficients est effectué.

- La deuxième partie représente une méthode itérative qui est basée sur l'amélioration des résultats retrouvés par la première partie (méthode DMC) après 'It' itérations, en faisant le balayage des valeurs discrètes dans un espace de rayon 'v' centré par le coefficient de départ(coefficient calculé par 'D.M.C.').
'v' étant fixé suivant le nombre de valeurs admissibles 'va' et la longueur du mot du processeur.

IV. Résultats des Expériences

L'algorithme a été testé en utilisant des cas rapportés dans la littérature. Dans tous les exemples, le calculateur utilisé est Microsoft Intel Pentium II avec une fréquence CPU de travail de 300 MHZ. Les résultats obtenus sont présentés et comparés au algorithmes dans [15] et [16]. Le numéro de référence indique où le filtre a été pris. Un filtre avec une longueur 8 et 7 bits de quantification, excluant le bits de signe est noté par '8/7'.
L'algorithme a été testé dans les représentations binaires à virgule fixe, à virgule flottante et S.D.P.D.(Somme de Deux de Puissance de Deux) [10] respectivement dans les tableaux 1, 2, 3.

Notons par :

N : longueur du filtre.
lm : longueur du mot du processeur en bits.
P.M.C.Q. : 'EQM' relative au filtre de Parks-McClellan de coefficients quantifié à longueur de mot 'lm' bits.
R.A. : 'EQM' relative au filtre calculé au moyen de la méthode 'R.A.'.
D.M.C. : 'EQM' relative au filtre calculé au moyen de la méthode 'D.M.C.'.
D.M.C.I. : 'EQM' relative au filtre calculé au moyen de la méthode 'DMCI'.
tps : temps de calcul relatif à chaque méthode.

N/lm	P.M.C.Q/tps	R.A./tps	D.M.C./tps	D.M.C.I./tps
8/7	0.035/0.05s	0.033/46h	0.059/0.05s	0.035/1.9s
8/15	0.035/12s	-------	0.048/2.7s	0.031/11s
8/19	0.035/250s	-------	0.048/62s	0.031/302s
16/15	0.07/26s	-------	0.043/5.5s	0.039/120s
16/15	0.082/20s	-------	0.054/5.1s	0.047/163s
56/13	0.004/19s	-------	0.007/5.2s	0.003/153s

Tableau 1. Comparaison des résultats obtenus par les méthodes 'P.M.C.Q.', 'R.A.', 'D.M.C.' et 'D.M.C.I.' dans une représentation à virgule fixe

N/lm	P.M.C.Q./tps	R.A./tps	D.M.C./tps	D.M.C.I./tps
8/7	0.035/0.05s	0.032/49h	0.049/0.05s	0.032/1.8s
8/15	0.035/7s	-------	0.048/2.8s	0.031/12s
8/19	0.035/250s	-------	0.031/56s	0.031/251s
16/15	0.070/7.5s	-------	0.043/11s	0.039/130s
16/15	0.082/19s	-------	0.054/15s	0.047/152s
56/13	0.005/18s	-------	0.008/5s	0.004/139s

Tableau 2. Comparaison des résultats obtenus par les méthodes 'P.M.C.Q.', 'R.A.', 'D.M.C.' et 'D.M.C.I.' dans une représentation à virgule flottante.

N/lm	P.M.C.Q./tps	R.A./tps	D.M.C./tps	D.M.C.I./tps
8/7	0.127/0.05s	0.127/78s	0.148/0.05s	0.127/0.88s
8/15	0.070/21s	-------	0.070/6s	0.051/55s
8/19	0.070/037s	-------	0.064/9s	0.051/110s
16/15	0.078/21s	-------	0.063/6.3s	0.040/80s
16/15	0.075/21s	-------	0.063/6.8s	0.052/62s
56/13	0.025/8s	-------	0.028/4.2s	0.017/85s

Tableau 3. Comparaison des résultats obtenus par les méthodes 'P.M.C.Q.', 'R.A.', 'D.M.C.' et 'D.M.C.I.' dans une représentation S.D.P.D.

Dans tous les exemples, les filtres considérés sont des fitres R.I.F. à phase linéaire appartenant au cas 2 [6].
Les trois premiers exemples sont des filtres de bande passante de [0,0.159] et de bande atténuée de [0.295,0.5]. les trois autres exemples sont de bandes passantes de [0,0.318], [0,0.05], [0,0.31] et de bandes atténuées de

[0.371,0.5], [0.104,0.5], [0.35 ,0.5], respectivement. Le nombre d'itérations choisi est de (It=20) tandis que 'v=4' pour le premier exemple et 'v=10' pour les autres exemples.

Dans tous les exemples les résultats obtenus sont meilleur que ceux obtenus dans la référence indiquée. Dans les tableaux 1, 2 et 3 les résultats sont donnés dans le sens de l'erreur et du temps de calcul.

V. Conclusion

Dans cet article, une nouvelle approche a été proposée 'D.M.C.I..' basée sur la méthode 'D.M.C.'. L'apport de cette approche est l'amélioration de la précision de la méthode 'D.M.C.'. Une étude comparative montre que les résultats obtenus sont meilleurs que ceux de la littérature, basé sur des recherches locales. Dans les exemples, il est constaté que deux représentations à virgule fixe et à virgule flottante sont mieux adaptées à cette méthode, par rapport à la représentation S.D.P.D., vu leur large représentativité discrète. Le temps de synthèse est très acceptable, meilleur que celui de la méthode de recherche arborescente.

Notre projet à venir est d'améliorer les performances de cet algorithme, en choisissant un nombre d'itérations fixe adéquat permettant d'améliorer le temps de calcul.

Références

[1] D.M. Kodek, '' Design of Optimal Finite Word length FIR Digital Filters Using Integer Programming Techniques,'' IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 28, pp. 304-308, June 1980.

[2] Ioannis PITAS, '' Optimisation and Adaptation of Discrete-Valued Digital Filter Parameters by Simulated Annealing ,''IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, NO. 4, pp. 860-866, April 1994.

[3] N. Benvenuto, M. Marchesi, ''Digital Filters Design by Simulated Annealing,'' IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 36, pp. 459-460, March 1989.

[4] T. Ciloglu and Z. Unver, '' , '' A New Approach to Discrete Coefficient FIR Digital Filter Design by Simulated Annealing,'' IEEE of Int. Conf. on ASSP. Minnisota 1993.

[5] Lawrence R. Rabiner, Bernard Gold, '' Theory and Application of Digital Signal Processing,'' PRENTICE-HALL, INC. 1975.

[6] J. H. Mc Clellan, T. W. Parks, and L. R. Rabiner, '' A Computer Program for Designing Optimum FIR Linear Phase Digital Filters,'' IEEE Trans. Audio Electroacoust., vol. AU-21, pp. 506-526, Dec. 1973.

[7] M. Minoux, ''Programmation mathématique, théorie et algorithmes, '' tomes 1 et 2, Dunod, 1983.

[8] B. Jaumard, M. Minoux, and P. Siohan '' Finite Precision Design of FIR Digital Filters Using a Convexity Property,'' IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 36, pp. 407-411, March 1988.

[9] Yong C. Lim, Sydney R. Parker, and A. G. Constantinides, '' Finite Word Length FIR Filter Design Using Integer Programming Over a Discrete Coefficient Space,'' IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-30, pp. 661-664, Aug. 1982.

[10] Y. C. Lim, S. R. Parker, ''FIR Filter Design Over a Discrete Powers-of-Two Coefficient Space,'' IEEE Trans. Acoust.,Speech, Signal Processing, vol. ASSP-31, pp. 583-591, June 1983.

[11] Y. C. Lim, S. R. Parker, '' Discrete Coefficient FIR Digital Filter Design Based Upon an LMS Criteria,'' IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-30, pp. 723-739, Oct. 1983.

[12] Y. C. Lim, '' Design of Discrete-Coefficient-Value Linear Phase FIR Filters with Optimum Normalised Peak Ripple Magnitude,'' IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 37, NO. 12 pp. 1480-1486, December 1990.

[13] Li Lee & Alan V. Oppenheim, ''Properties of Approximate Parks-Mc Clellan Filters,'' Proc. ICASSP München, April 1997.

[14] B. Boulerial, M. F. Belbachir, ''Filtres RIF : Synthese Directe dans l'Espace Discret des Coefficients,'' Pro. NWSIP'98, Sidi Bel Abbes, Algeria, December 1998.

[15] B. Boulerial, ''Filtres RIF : Synthèse Directe dans l'Espace Discret des Coefficients,''thesis, University of Science and Technology of Oran, Algeria, November 1998.